

Міністерство освіти і науки України
Київський коледж будівництва, архітектури та дизайну

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор коледжу



В.А. Булгаков

2017 р.

ПРОГРАМА
вступного випробування з дисципліни «Математика»
для абітурієнтів на базі повної загальної середньої освіти
до Київського коледжу будівництва, архітектури та дизайну
у 2017 році

Київ – 2017

Розробник: Соляник Н.В. – викладач математики.

Розглянуто і схвалено на засіданні циклової комісії природничо-математичних дисциплін (протокол № 5 від «17» березня 20 17 року)

Голова циклової комісії Кобзар Кобзар В.В.

_____, 20__ рік

ПРОГРАМА
вступного випробування з дисципліни «Математика»
для абітурієнтів на базі повної загальної середньої освіти
до Київського коледжу будівництва, архітектури та дизайну
у 2017 році

Програма з математики для вступників до Київського коледжу будівництва, архітектури та дизайну складається з трьох розділів. Перший з них містить перелік основних понять і означень алгебри і геометрії, які повинні знати вступники; другий – теореми і формули, які треба вміти доводити. В третьому розділі перелічено основні математичні вміння і навички, якими має володіти вступник.

На іспиті з математики вступник повинен показати:

- чітке знання математичних означень і теорем, вміння доводити теореми і виводити формули;
- вміння чітко висловлювати математичну думку усно та в письмовій формі;
- впевнене володіння вміннями і навичками, передбаченими програмою, вміння застосовувати їх при розв'язанні задач.

Додатково до програми на базі про неповну середню освіту, абітурієнт повинен володіти такими знаннями:

I. ОСНОВНІ МАТЕМАТИЧНІ ПОНЯТТЯ І ФАКТИ.

АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

1. Множина. Способи задання множини. Операції над множинами та їх властивості.
2. Відношення (бінарні, порядку).
3. Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. Перетворення коренів. Дії над коренями.
4. Функція $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік. Ірраціональні рівняння (Ірраціональні нерівності. Системи ірраціональних рівнянь).
5. Степінь з раціональним показником, його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.
6. Логарифми, їх властивості (Натуральний логарифм).
7. Означення й основні властивості функцій: степеневі $y = ax^n$ ($n \in \mathbf{Z}$), показникової $y = a^x$, $a > 0$, логарифмічної $y = \log_a x$, $a > 0$.
8. Тригонометричні функції. Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута.
9. Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу.
10. Формули зведення.
11. Тригонометричні тотожності: формули додавання; формули подвійного кута; формули перетворення суми функцій на суму.
12. Означення й основні властивості тригонометричних функцій ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$). Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Гармонічні коливання.
13. Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки.
14. Найпростіші тригонометричні рівняння.

15. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь.
16. Найпростіші тригонометричні нерівності.
17. Неперервність та границя функції.
18. Задачі, що приводять до поняття похідної. Геометричний та фізичний зміст похідної. Таблиця похідних.
19. Похідна суми, добутку і частки функцій (Похідна складеної функції).
20. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків: зростання, спадання функції; екстремуми функції; найбільше і найменше значення функції на відрізку (Рівняння дотичної до графіка функції у заданій точці).
21. Розв'язування задач прикладного змісту.
22. Випадковий досвід і випадкова подія. Відносна частота події.
23. Ймовірність події.
24. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку (Перестановки, розміщення, комбінації).
25. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне представлення інформації про вибірку.
26. Первісна та її властивості. Таблиця первісних.
27. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Формула Ньютона-Лейбніца.
28. Обчислення площ плоских фігур (Обчислення об'ємів тіл). Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач.

ГЕОМЕТРІЯ

1. Основні поняття стереометрії. Аксиоми стереометрії та наслідки з них.
2. Просторові геометричні фігури. Приклади не плоских просторових фігур (куб, прямокутний паралелепіпед, піраміда).
3. Найпростіші задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда, піраміди.
4. Розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні, мимобіжні прямі.
5. Розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина.
6. Ознака паралельності прямої та площини (Існування площини, паралельної даній площині). Властивості паралельних площин.
7. Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії.
8. Перпендикулярність прямих у просторі.
9. Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини.
10. Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри.
11. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Залежність між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин.
12. Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.
13. Відстані у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини (від точки до фігури), між паралельними площинами, між мимобіжними прямими (між двома фігурами).
14. Ортогональне проектування (Площа ортогональної проекції многокутника).

15. Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин.
16. Прямокутна система координат у просторі. Відстань між точками. Координати середини відрізка.
17. Рух у просторі та його властивості. Симетрія (відносно точки, прямої і площини), паралельне перенесення.
18. Вектори у просторі. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Компланарність векторів. Операції над векторами та їх властивості: додавання, віднімання векторів, множення вектора на число, скалярний добуток векторів (Розкладання вектора за трьома некопланарними векторами).
19. Кут між векторами. Рівняння площини та сфери.
20. Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута. Многогранні кути.
21. Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма. Пряма і правильна призма. Паралелепіед. Піраміда. Правильна піраміда.
22. Площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди.
23. Правильні многогранники.
24. Тіла і поверхні обертання.
25. Циліндр, конус, зрізаний конус, їх елементи. Перерізи циліндра і конуса (осьові та площиною, паралельною до основи).
26. Куля і сфера. Переріз кулі площиною. Площина, дотична до сфери.
27. Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів.
28. Об'єми призми, паралелепіеда, піраміди.
29. Об'єми тіл обертання: циліндра, конуса, кулі.
30. Площа бічної та повної поверхні циліндра, конуса.
31. Площа сфери.

II. ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА ТЕОРЕМИ

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

1. Властивості арифметичного кореня n -го степеня.
2. Властивості степеня з раціональним показником.
3. Логарифм добутку, степеня, частки.
4. Основна логарифмічна тотожність.
5. Наближені обчислення.
6. Функції $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$, їх означення, властивості, графіки.
7. Корені рівнянь $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\operatorname{tg} x=a$.
8. Формули зведення.
9. Залежність між тригонометричними функціями одного й того ж аргументу.
10. Тригонометричні функції подвійного аргументу.
11. Таблиця похідних.
12. Похідна суми, добутку й частки двох функцій.
13. Рівняння дотичної до графіка функції.
14. Правила знаходження первісних. Таблиця первісних.
15. Формула Ньютона-Лейбніца.

ГЕОМЕТРІЯ

1. Теорема про три перпендикуляри.
2. Ознака паралельності прямої та площини.
3. Ознака паралельності площин.
4. Теорема про перпендикулярність прямої та площини.
5. Перпендикулярність двох площин.
6. Паралельність прямих і площин.
7. Перпендикулярність прямих і площин.
8. Формули площі бічної та повної поверхонь і об'єму призми, піраміди, циліндра, конуса, зрізаного конуса.
9. Формули площі поверхонь сфери, об'єму кулі та її частин.

III. ОСНОВНІ ВМІННЯ ТА НАВИЧКИ

Вступник повинен уміти:

1. Виконувати арифметичні дії над числами, заданими у вигляді десяткових і звичайних дробів; користуватися калькулятором і таблицями для проведення обчислень.
2. Виконувати тотожні перетворення многочленів, алгебраїчних дробів, виразів, що містять степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції.
3. Будувати графіки лінійної, квадратичної, степеневої, показникової, логарифмічної та тригонометричних функцій.
4. Розв'язувати рівняння та нерівності першого й другого степеня, а також рівняння та нерівності, що зводяться до них; розв'язувати системи рівнянь і нерівностей першого та другого степеня й ті, що зводяться до них; найпростіші рівняння та нерівності, що мають степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції.
5. Розв'язувати задачі на складання рівнянь і систем рівнянь.
6. Зображувати геометричні фігури на площині та виконувати найпростіші побудови на площині.
7. Використовувати геометричні відомості при розв'язуванні алгебраїчних задач, а методи алгебри та тригонометрії - при розв'язуванні геометричних задач.
8. Виконувати на площині операції над векторами (додавання, віднімання векторів, множення вектора на число) та користуватися властивостями цих операцій.
9. Застосовувати похідну при дослідженні функцій на зростання (спадання), на екстремуми та для побудови графіків функцій.
10. Застосовувати інтеграл для обчислення площі фігури.

Приклад завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Їх використовують для перевірки умінь (аналізувати ситуацію, робити висновки, логічно і математично грамотно міркувати, обґрунтовувати свої дії, чітко записувати їх). Їх розв'язання дає змогу зробити висновок про рівень навчальних досягнень абітурієнтів.

1. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases}$$

Друге рівняння множимо на 2:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ 2xy = 12 \end{cases}$$

Додавши ці рівняння отримаємо:

$$x^2 + 2xy + y^2 = 25 \Rightarrow (x+y)^2 = 5^2$$

Добуваємо корінь квадратний з останнього рівняння:

$$\sqrt{(x+y)^2} = \sqrt{5^2} \Rightarrow |x+y| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x+y = 5 \\ xy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -5 \\ xy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Відповідь: (2;3), (-2;-3), (-2;-3), (-3;-2).

2. Спростити вираз:

$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^6 - 1} - \frac{x+2}{x^2 + x - 2} = \frac{(x^5 + x^4) + (x^3 + x^2) + (x+1)}{(x^2)^3 - 1} - \frac{x+2}{(x-1)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^4(x+1) + x^2(x+1) + (x+1)}{(x^2-1)(x^4+x^2+1)} - \frac{1}{x-1} = \frac{(x+1)(x^4+x^2+1)}{(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} = 0$$

Відповідь : 0.

3. Обчислити: $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$, якщо $\operatorname{tg} x = 3$

Розв'язування: Поділимо кожен член чисельника і знаменника на $\cos x$, отримаємо:

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\cos x}} = \frac{\operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = \frac{3+1}{3-1} = 2$$

Відповідь : 2.

4. Розв'яжіть рівняння $\log_{x+1} (2x^2 + 1) = 2$.

За означенням логарифма маємо:

$$2x^2 + 1 = (x + 1)^2; 2x^2 + 1 = x^2 + 2x + 1; x^2 - 2x = 0; x_1 = 0, x_2 = 2.$$

Перевірка:

1) Значення $x_1 = 0$ не є коренем даного рівняння, оскільки основа логарифма $x + 1$ не повинна дорівнювати 1.

$$2) \log_{x+1}(2 \cdot 2^2 + 1) = \log_3 9 = 2.$$

Відповідь: 2.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ВСТУПНОГО ВИПРОБОВУВАННЯ З МАТЕМАТИКИ

Для вступників, які мають повну загальну середню освіту (11 класів) відповідь на екзаменаційний білет оцінюється 12 балами.

Білет складається з трьох завдань: теоретичного запитання, задачі з алгебри, задачі з геометрії.

1. Максимальна кількість балів, яку можна набрати, відповівши на теоретичне запитання, оцінюється **4 балами**.

Бали	Критерії
4 бали	Одержана правильна відповідь на питання з відповідними обґрунтуваннями і доведеннями.
3 бал	Вступник приступив до доведення, але його записи не відповідають указаним критеріям оцінювання завдань в 5, 4 бали. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо.
2 бали	Вступник відтворив означення математичних понять і формулювання тверджень, формул в повному обсязі, але без відповідних виведень і доведень.
1 бал	Вступник відтворив означення математичних понять і формулювання тверджень, передбачених питанням формул, в неповному обсязі і без відповідних виведень і доведень.

2. За правильно виконане завдання з алгебри вступник одержує **4 бали**.

Бали	Критерії
4 бали	Одержана правильна відповідь з обґрунтуванням усіх ключових моментів розв'язування.
3 бали	Наведена логічно правильна послідовність кроків розв'язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо. Можливі 1-2 негрубі помилки, або описки в обчисленнях, або перетвореннях, які не впливають на правильність подальшого ходу розв'язування. Одержана відповідь може бути правильною або неповною (розв'язана тільки частина завдання).
2 бали	Вступник приступив до розв'язання завдання, але припустився грубої помилки.
1 бал	Якщо вступник приступив до розв'язування задачі або приступив, але його записи не відповідають указаним критеріям оцінювання завдань в 3, 2 бали.

3. За правильно виконане завдання з геометрії вступник одержує **4 бали**.

Бали	Критерії
4 бали	Одержана правильна відповідь з обґрунтуванням усіх ключових моментів розв'язування.
3 бали	Наведена логічно правильна послідовність кроків розв'язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо. Можливі 1-2 негрубі помилки, або описки в обчисленнях, або перетвореннях, які не впливають на правильність подальшого ходу розв'язування. Одержана відповідь може бути правильною або неповною (розв'язана тільки частина завдання).
2 бали	Вступник виконав правильний малюнок до задачі і приступив до її розв'язання.
1 бал	Якщо вступник приступив до розв'язування задачі або приступив, але його записи не відповідають указаним критеріям оцінювання завдань в 4, 3, 2 бали.

Список рекомендованої літератури:

1. Погорєлов А.В. Геометрія: Підруч. для 7–11 кл. серед. шк. – 2 вид. – К.: Освіта, 1992. – 352 с.
2. Бевз Г.П. Алгебра: Проб. підруч. для 7–9 кл. серед. шк. – 2 вид. – К.: Освіта, 1997. – 303 с.
3. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10–11 кл. серед. шк. / А.М. Колмогоров, О.М. Абрамов, Ю.П. Дудніцин та ін.; За ред. А.М. Колмогорова – К.: Рад. шк., 1992. – 350 с.
4. Шкіль М.І. Алгебра і початки аналізу / М. І. Шкіль, З.І. Слєпкань, О.С. Дубенчук. – К.: Зодіак-Еко, 1999. – 608 с.
5. Мерзляк А.Г., Номировський Д.А., Полянський В.Б., Якір М.С. Алгебраїчний тренажер. - Х.: Гімназія, 2009.